研究ノート

内生的労働供給と調整速度*

吉岡守行

一 序論

新古典派成長モデルに於て、体系が、一つの均衡から他の均衡まで移行するのにどれだけの時間を要するかという問題――調整速度の問題――については、先ず、Ryuzo Sato 〔5〕〔6〕は、資本の malleability と proportional saving function ――貯蓄性向は、政府の課税政策によって影響される――を仮定したモデルを用いて、種々のパラメーターの調整速度に及ぼす効果については、(一)技術進歩を表示する生産性の増加率が、高ければ高いほど、調整時間は短かい。(二)人口増加率が、大きければ大きいほど、調整時間は短かい等のことを指摘し、又具体的な調整年数については、古い均衡値から新らしい均衡値への調整の圧倒的割合例えば、九〇パーセントを達成するには、約百年かかるであろうという計算をなした。Ryuzo Sato 〔5〕〔6〕のモデルから得られた調整年数に関する結論は、調整に必要な時間は、極端に長いということである。しかし、これは、一般的に妥当する結論では

ない。このことを、はじめに明らかにしたのが、Kazuo Sato 〔4〕である。Kazuo Sato 〔4〕は、資本の減価償却、embodied technical progress 等を取入れ、Ryuzo Sato 〔5〕〔6〕のモデルをより現実的に修正することにより、調整時間は、Ryuzo Sato 〔5〕〔6〕の場合の二五パーセントから三七・五パーセントにまで短縮されるとした。

次に、Conlisk 〔1〕は、embodied technical progress を考慮することは、減価償却率を増大させることと調整速度に与える効果は、数学的に同一であることを指摘し、生産要素の不完全利用を許すモデルを構成し、調整速度が、短縮される可能性を論じた。Conlisk 〔1〕のモデルは、生産関数に生産要素に関する一次同次性を仮定せず、又調整時間が、問題となっている一つの均衡と他の均衡との差異の程度に影響されるように工夫されている。なお、筆者〔11〕も、資本と労働に関して事前的には、代替可能であるが、事後的には、代替不可能であるという仮定に立脚するヨハンセン・モデルを用い、調整過程の速度は、Ryuzo Sato 〔5〕〔6〕の場合よりも大幅に短縮されることを示した。

以上述べた各モデルはすべて、労働供給については、外生的労働供給仮説――労働供給は、外生的に与えられた一定の率で成長するとの単純化された仮定――を採用しているが、これに対して内生的労働供給仮説にもとづいて調整速度の問題に接近したのが Okuguchi 〔3〕である。労働供給を規定する代表的変数としては、実質賃金率が、先ず、考えられ、そして、実質賃金率を独立変数とする労働供給関数には、マルサス人口論にもとづく古典派的な労働供給仮説をはじめとして、いろいろのものが考えられるが、Okuguchi 〔3〕が採用したのは、最大に利用可能な労働量――外生的に与えられた一定の率で成長する――に対する実際に雇用される労働量の比率即ち labour participation ratio が、実質賃金率の関数であるとするタイプのものである。この仮説は、はじめ Solow

〔7〕によって言及され、その後 Mossin〔2〕により利用された。このような仮説にもとづく Okuguchi〔3〕のモデルの場合、新らたに登場するパラメーターξ（labour participation ratio の実質賃金率に関する弾力性）の調整速度に及ぼす効果が問題となる。〔3〕では、一般にξの調整速度に与える効果は、一義的に言えないが、技術進歩がない場合は、ξが大となるにつれて、調整速度は遅くなり、技術進歩がある場合は、アメリカ合衆国の大まかなデーターを用いて計算すると、ξが大となると、調整速度は早くなるということが、結論されている。しかし、Okuguchi〔3〕の場合、ξの調整速度に及ぼす効果が、主目標として追求され、その結果、Conlisk〔1〕により調整速度を短縮させる要素として、その重要性が指摘された資本の減価償却、生産要素の不完全利用等が、無視されている。そこで、本稿に於ては、我々は、Solow〔7〕、Mossin〔2〕、Okuguchi〔3〕等による内生的労働供給仮説に立脚し、かつ、減価償却、生産要素の不完全利用等を含むモデルを構成し、調整速度の問題を究明したいと思う。

二　完全利用モデル

本節では、完全利用モデルに於ける内生的労働供給と調整速度の問題について考察する。

Q＝産出量

L＝実際に雇用される労働量

n＝最大に利用可能な労働量の成長率　$n \geqq 0$

w＝実質賃金率

λ＝技術進歩率

t＝時間

K＝資本ストック

N_0＝初期時点に於て最大に利用可能な労働量

μ＝減価償却率

$l(w)$＝実質賃金率の関数としての labour participation ratio：$0<l\leq 1$

A＝コッブ・ダグラス生産関数パラメーター

α＝コッブ・ダグラス生産関数パラメーター

β＝a return to scale parameter

$\dot{X}=dX/dt$

$\dot{Q}/Q=q_t$

s＝粗貯蓄率

q_0＝initial value of $\dot{Q}/Q$

q_∞＝limiting value of $\dot{Q}/Q$

（変数が、時間の関数であることは、特に必要な場合を除いて明示しない）

と記号を定める。

モデルは、次の連立方程式体系で示される。

(2.1)　$Q=[Ae^{\lambda}K^{\alpha t}L^{1-\alpha}]^{\beta}$ [1]

(2.2) $\dot{K}=sQ-\mu K$

(2.3) $L=N_0e^{nt}l(w)$

(2.4) $w=\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q}{\partial L}=(1-\alpha)\frac{Q}{L}$

(2.1)は、生産関数で、コッブ・ダグラス型のものを採用するが、生産要素に関する一次同次性は、仮定しない。投資方程式を示すのが、(2.2)である。(2.3)は、我々の採用する内生的労働供給仮説の定式化である。生産関数に、生産要素に関する一次同次性を仮定しないので、実質賃金率は、$1/\beta$ で修正されて、(2.4)のように示される。

以上で、4個の未知数（Q、K、L、w）を含む独立な4個の方程式からなる体系が構成された。

(2.3)をtに関して対数微分すると

(2.5) $\frac{\dot{L}}{L}=n+\xi\frac{\dot{w}}{w}$

が成立する。ここで $\xi=l'(w)/l(w)$である。

ξが、一定であると仮定し、[2] (2.5)の両辺を積分すると、[3]

(2.6) $L=N_0e^{nt}w^{\xi}$

が導かれる。

次に、(2.4)、(2.6)より

(2.7)　$w=(1-\alpha)^{\frac{1}{1+\xi}}Q^{\frac{1}{1+\xi}}(N_0e^{nt})^{-\frac{1}{1+\xi}}$

を得る。

又，(2.7)に(2.6)を考慮すると，次式が求められる。

(2.8)　$L=N_0^{\frac{1}{1+\xi}}e^{\frac{1}{1+\xi}nt}(1-\alpha)^{\frac{\xi}{1+\xi}}Q^{\frac{\xi}{1+\xi}}$

(2.4)をtについて対数微分すると

(2.9)　$\frac{\dot{w}}{w}=\frac{\dot{Q}}{Q}-\frac{\dot{L}}{L}$

となる。

(2.9)と(2.5)より

(2.10)　$\frac{\dot{L}}{L}=(n+\xi\frac{\dot{Q}}{Q})/(1+\xi)$

が成立する。

さて，(2.1)と(2.8)から

(2.11)　$K=Q^{\frac{(1+\xi)-\xi\beta(1-\alpha)}{\alpha\beta(1+\xi)}}A^{-\frac{1}{\alpha}}(1-\alpha)^{-\frac{\xi(1-\alpha)}{\alpha(1+\xi)}}N_0^{-\frac{(1-\alpha)}{\alpha(1+\xi)}}e^{-\left[\frac{\lambda(1+\xi)+(1-\alpha)n}{\alpha(1+\xi)}\right]t}$

を得る。

ところで、(2.1)をtについて対数微分すると

$$(2.12)\quad q_t=\beta\lambda+\alpha\beta\frac{\dot{K}}{K}+(1-\alpha)\beta\frac{\dot{L}}{L}$$

が導出される。

(2.2)′ (2.10)′ (2.11)′ (2.12)より次の微分方程式が、成立する。

$$(2.13)\quad \dot{Q}-\beta\gamma\left[\lambda-\alpha\mu+\frac{(1-\alpha)}{(1+\xi)}n\right]Q$$
$$=\alpha\beta\gamma sA^{\frac{1}{\alpha}}(1-\alpha)^{\frac{\xi(1-\alpha)}{\alpha(1+\xi)}}N_0^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha(1+\xi)}}e^{\left[\frac{\lambda(1+\xi)+(1-\alpha)n}{\alpha(1+\xi)}\right]t}Q^{\frac{2\alpha\beta\gamma-1}{\alpha\beta\gamma}}$$

ここで、$\gamma=(1+\xi)/[1+\{1-(1-\alpha)\beta\}\xi]$[4] である。

(2.13)の解は

$$(2.14)\quad Q=\left(\left\{\frac{(1-\alpha\beta\gamma)sA^{\frac{1}{\alpha}}(1-\alpha)^{\frac{\xi(1-\alpha)}{\alpha(1+\xi)}}N_0^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha(1+\xi)}}}{\beta\gamma\left\{\lambda-\alpha\mu+\frac{(1-\alpha)}{(1+\xi)}n\right\}+\mu}\right\}e^{\frac{1}{\alpha}\left\{\lambda+\frac{(1-\alpha)}{(1+\xi)}n\right\}t}+ce^{\frac{1-\alpha\beta\gamma}{\alpha}\left\{\lambda-\alpha\mu+\frac{(1-\alpha)}{(1+\xi)}n\right\}t}\right)^{\frac{\alpha\beta\gamma}{1-\alpha\beta\gamma}}$$

で与えられるから

$$(2.15)\quad q_\infty=\beta\gamma[\lambda+(1-\alpha)n/(1+\xi)]/(1-\alpha\beta\gamma)$$

であることがわかる。[6]

(2.1)、(2.2)、(2.8)、(2.15)から、次の微分方程式が得られる。

$$(2.16)\quad \dot{K}+\mu K=sA^{\beta\gamma}N_0^{\frac{(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}(1-\alpha)^{\frac{\xi(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}e^{(1-\alpha\beta\gamma)q_\infty t}K^{\alpha\beta\gamma}$$

この解は

$$(2.17)\quad K=\left[\left\{\frac{sA^{\beta\gamma}N_0^{\frac{(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}(1-\alpha)^{\frac{\xi(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}}{q_\infty+\mu}\right\}e^{(1-\alpha\beta\gamma)q_\infty t}+\left\{K_0^{1-\alpha\beta\gamma}-\frac{sA^{\beta\gamma}N_0^{\frac{(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}(1-\alpha)^{\frac{\xi(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}}{q_\infty+\mu}\right\}e^{-(1-\alpha\beta\gamma)\mu t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha\beta\gamma}}$$

となる。

次に、(2.12)、(2.10)、(2.15)より

$$(2.18)\quad q_t=(1-\alpha\beta\gamma)q_\infty+\alpha\beta\gamma\frac{\dot{K}}{K}$$

を得る。

かくて、(2.16)、(2.17)、(2.18)から

$$(2.19)\quad q_t=\frac{\alpha\beta\gamma(q_\infty+\mu)}{1-\left[\frac{(q_0-q_\infty)}{(q_0-q_\infty)+\alpha\beta\gamma(q_\infty+\mu)}\right]e^{-(1-\alpha\beta\gamma)(q_\infty+\mu)t}}+[q_\infty-\alpha\beta\gamma(q_\infty+\mu)]$$

を導くことができる。[6]

さて、t 時点に於て、q_0 から q_∞ への調整が、どれだけ行なわれているかを、次式のような比率形式で表わすことにする。

$$(2.20)\quad p_t=\frac{q_t-q_0}{q_\infty-q_0}$$

(2.19)と(2.20)より

$$(2.21)\quad t=\frac{1}{(1-\alpha\beta\gamma)(q_\infty+\mu)}log_e\left(\frac{\dfrac{q_0-q_\infty}{q_\infty+\mu}+\dfrac{\alpha\beta\gamma}{1-P_t}}{\dfrac{q_0-q_\infty}{q_\infty+\mu}+\alpha\beta\gamma}\right)$$

を得る。

$$(2.22)\quad \rho=(1-\alpha\beta\gamma)(q_\infty+\mu)=\frac{\beta(1+\xi)(\lambda+\mu\alpha)+(1-\alpha)\beta n}{1+\{1-(1-\alpha)\beta\}\xi}+\mu$$

$$(2.23)\quad \sigma=\left(\frac{\dfrac{q_0-q_\infty}{q_\infty+\mu}+\dfrac{\alpha\beta\gamma}{1-P_t}}{\dfrac{q_0-q_\infty}{q_\infty+\mu}+\alpha\beta\gamma}\right)$$

と置くと、q_∞ への収速の速度は、ρ が大、σ が小となるにつれて早くなる。

しかし、今問題の複雑化を避けるため、q_0 と q_∞ の隔りの程度が、調整時間に影響を及ぼさないとしよう。[7]

$((q_0-q_\infty)/(q_\infty+\mu)=0)$ このような前提のもとでは、$\sigma=1/(1-P_t)$ となる。かくて P_t が与えられると、調整速度は、ρ の大小のみに依存することになる。ρ を調整速度パラメーター(8)と呼ぶ。

さて、比較静学分析として、ξ の ρ に及ぼす効果を問題としよう。

(2.22)を ξ について偏微分すると

$$(2.24)\quad \frac{\partial\rho}{\partial\xi}=\frac{\beta(\lambda+\mu\alpha)[1+\{1-(1-\alpha)\beta\}\xi]-\{1+(1-\alpha)\beta\}\{\beta(1+\xi)(\lambda-\mu\alpha)+(1-\alpha)\beta n\}}{[1+\{1-(1-\alpha)\beta\}\xi]^2}$$

$$=\frac{(1-\alpha)\beta[\beta\lambda-\{\alpha\beta\mu+n(1-(1-\alpha)\beta)\}]}{[1+\{1-(1-\alpha)\beta\}\xi]^2}$$

を得る。Okuguchi [3]では、生産関数に、K と L についての一次同次性を仮定し、又、減価償却を無視している。従って、(2.24)で、$\beta=1$、$\mu=0$ と置くと、Okuguchi [3]の場合の式

$$\frac{\partial\rho}{\partial\xi}=\frac{(1-\alpha)(\lambda-\alpha n)}{(1+\alpha\xi)^2}$$

が(9)得られる。かくて、Okuguchi [3]は、この式より、$\lambda\gtreqless\alpha n$ に従って、$\frac{\partial\rho}{\partial\xi}\gtreqless 0$ となり、$\lambda=0$ 即ち、技術進歩が、ない場合は、ξ が大となれば、調整速度は遅くなり、又技術進歩が、存在する場合は、Ryuzo Sato [5]が用いたアメリカ合衆国のデーターによる大まかなパラメーターの値 $n=0.015$, $\alpha=0.35$ 従って、$\alpha n=0.00525$、$\lambda=0.013$ から、$\lambda>\alpha n$ を結論し、ξ が、大となれば、調整速度は、早くなるとしている。

我々の場合は、$(1-\alpha)\beta>0$ と、考えられるから(2.24)より、

$$(2.25)\quad \frac{\partial\rho}{\partial\xi} \gtreqless 0 \text{ according as } \beta\lambda \gtreqless \{\alpha\beta\mu + n(1-(1-\alpha)\beta)\}$$

となる。(2.25)の符号の判定に際しては、q_t が q_∞ へ収束するための条件として、$1>(1-\alpha)\beta$ を仮定した故、$1<(1-\alpha)\beta$ の場合は除かなければならない。

今、$\beta=1$ と仮定すると、(2.25)は

$$(2.26)\quad \frac{\partial\rho}{\partial\xi} \gtreqless 0 \text{ according as } \lambda \gtreqless \alpha(\mu+n)$$

となる。$\alpha=0.4$,[10] $n=0.015$, $\mu=0.04$[11] というアメリカ合衆国に大体あてはまる数字を採用すると、たとえ、技術進歩が、存在しても（$\lambda\neq0$ でも）ξが、大となるにつれて、調整速度は、遅くなるということが結論できる。減価償却の存在が、この結論を導いたことは、言うまでもない。

$\beta\neq1$ の場合でも、前記のパラメーターの値に加えて、$\beta=1.1$[12] という値を採用すると、（この場合は、$1>(1-\alpha)\beta$ である。）(2.25) より、技術進歩が、存在する場合でも、又、存在しない場合でも、ξが、大となるにつれて、調整速度は、遅くなるということが言える。

三　不完全利用モデル

次に生産要素の不完全利用の可能性を含むモデルのもとでのξと調整速度の関係の分析に歩を進める。

モデルは、次の如く方程式体系で表示される。

(3.1) $Q^*=[Ae^{\lambda t}K^{*\alpha}L^{*1-\alpha}]^\beta$

(3.2) $\dot{K}^*=I-\mu K^*$

(3.3) $L^*=N_0^*e^{nt}w^\xi$

(3.4) $w=\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q}{\partial L}=(1-\alpha)\frac{Q}{L}$

(3.5) $r=\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q}{\partial K}=\alpha\frac{Q}{K}$

(3.6) $S/Q=a_0(1-u)^a$

(3.7) $I/S^*=b_0(rK/K^*)^b$

(3.8) $I=S$

(3.9) $K=(1-u)K^*$

(3.10) $L=(1-u)L^*$

(3.11) $S^*=a_0Q^*$

(3.12) $Q=[Ae^{\lambda t}K^\alpha L^{1-\alpha}]^\beta$

(3.1)―(3.4)は、完全利用モデルの(2.1)―(2.4)に対応する。Iは粗投資であり、星じるしをつけた変数は、完全利用のもとで変数がとる値を示し、星じるしが、ついていない変数は、現実値を示す。(3.5)は、稼動されている資本に関する利潤率rは、生産関数に生産要素に関する一次同次性を仮定しないので$1/\beta$で修正された稼動されている資本の限界生産力に等しいことを示す。(3.6)は、消費者及び政府の需要方程式であり、これら二

者によって貯蓄される産出量の部分 S/Q が決定される。ここでSは貯蓄量である。uは、不完全利用率であり、従って、$1-u$は、完全利用率である。又a_0、aは、正のパラメーターである。消費者及び政府は、景気循環の波動を通じて、その支出を平均化しようとつとめるから、貯蓄率は、ブームの時は上昇し、景気後退期には、下落するという経験的事実を考慮すると、(3.6) の如く、貯蓄率 S/Q は、$1-u$ の関数であると考えることができる。投資需要方程式を示すのが、(3.7) であり、b_0、bは、正のパラメーターである。完全利用のもとで、投資可能な貯蓄量S^*に対する投資需要Iの比率は、有効資本利潤率 (the effective rate of return to capital) の関数であることを、(3.7) は表わしている。rは、稼動された資本についてのみの利潤率であるから、すべての資本に関する有効利潤率は、rK/K^* である。意図された貯蓄は、意図された投資に等しくなければならないという均衡条件を示すのが、(3.8)である。(3.9)と(3.10)では、資本と労働の不完全利用率は、同じであると、仮定されている。この仮定は、要素比率は、事前的には、可変的であるが、事後的には、固定されているという生産に関する仮定の特色をある意味では持っている。というのは、ここでのモデルでは、生産関数 (3.1) は、長期的には代替可能性を許しているが、一方資本と労働は、景気後退期には、同じ率で利用されないという主張を (3.9) と (3.10) は、なすものであるから、短期的には要素比率は、固定されることになるからである。(3.6) に於て、$u=0$ と置くと、完全利用のもとに於ける貯蓄量を示す (311) を得る。現実の産出量Qは、(3.1) の完全利用産出量と同じ型の生産関数によって与えられるということを示すのが、(3.12)である。

以上で未知数は、Q、Q^*、K、K^*、L、L^*、S、S^*、I、r、w、uの12個で、独立な方程式の数も12個であるから、体系は完結した。

(3.13)　$\beta+a-b\beta>0 \quad 1-\beta\alpha\gamma>0$

という条件を、パラメーターについて仮定する。(3.13) によって成長均衡の安定性が保証される。(3.13) のはじめの仮定は、経験的にも妥当であると思われる。[13]

(3.12)、(3.9)、(3.10)、(3.1)より

(3.14)　$Q=(1-u)^{\beta}Q^*$

(3.6)、(3.8)から

(3.15)　$I/Q=a_0(1-u)^{a}$

(3.5)、(3.14)より

(3.16)　$I=a_0(1-u)^{\beta+a}Q^*$

(3.7)、(3.9)、(3.11)より

(3.17)　$I=a_0b_0[r(1-u)]^{b}Q^*$

(3.5)、(3.9)、(3.14)、(3.17)から

(3.18)　$I=a_0b_0\alpha^{b}(1-u)^{b\beta}Q^*(Q^*/K^*)^{b}$

(3.16)より

(3.19)　$(I/a_0Q^*)^{\frac{1}{\beta+a}}=(1-u)$

(3.18)から

$$(3.20)\quad \{\dot{I}/a_0b_0\alpha^bQ^*(Q^*/K^*)^b\}^{\frac{1}{b\beta}}=(1-u)$$

が、それぞれ求められる。

(3.19)と(3.20)を等置し、Iについて解くと

$$(3.21)\quad I=a_0(b_0\alpha^b)^{\frac{a+\beta}{(a+\beta-b\beta)}}Q^*(Q^*/K^*)^{\frac{(a+\beta)b}{(\beta+a-b\beta)}}$$

を得る。

次に、(3.1)、(3.3)、(3.4)を考慮すると

$$(3.22)\quad Q^*=(AN_0{}^{*\frac{1-\alpha}{1+\xi}})^{\beta\gamma}e^{\beta\gamma[\lambda+\frac{(1-\alpha)n}{1+\xi}]t}(1-\alpha)^{\frac{\xi(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}(1-u)^{\frac{\xi(\beta-1)(1-\alpha)\beta\gamma}{1+\xi}}K^{*\alpha\beta\gamma}$$

を導くことができる。

又(3.21)と(3.22)より

$$(3.23)\quad I=a_0(b_0\alpha^b)^{\frac{a+b}{(a+\beta-b\beta)}}(AN_0{}^{*\frac{1-\alpha}{1+\xi}})^{\beta\gamma[1+b(a+\beta)/(\beta+a-b\beta)]}$$

$$e^{\beta\gamma[\lambda+\frac{(1-\alpha)n}{1+\xi}][1+b(a+\beta)/(\beta+a-b\beta)]t}$$

$$(1-\alpha)^{[\xi(1-\alpha)\beta\gamma/(1+\xi)][1+b(a+\beta)/(\beta+a-b\beta)]}$$

$$(1-u)^{[\xi(\beta-1)(1-\alpha)\beta\gamma/(1+\xi)][1+b(a+\beta)/(\beta+a-b\beta)]}$$

$$K^{*\alpha\beta\gamma-(1-\alpha\beta\gamma)b(\beta+a)/(\beta+a-b\beta)}$$

が得られる。

前節と同様

(3.24)　$q^*_\infty=\beta\gamma[\lambda+(1-\alpha)n/(1+\xi)]/(1-\alpha\beta\gamma)$

が成立する。

$C=\alpha\beta\gamma-(1-\alpha\beta\gamma)b(\beta+a)/(\beta+a-b\beta)$

と定めると、(3.23)は、次式のように表わされる。[14]

(3.25)　$I=Be^{(1-c)q_\infty{}^*t}K^{*c}$

(3.2)と(3.25)から

(3.26)　$\dot{K}^*+\mu K^*=Be^{(1-c)q_\infty{}^*t}K^{*c}$

という微分方程式が成立する。

(3.26)の解は

(3.27)　$K^*=\left[\dfrac{B}{q_\infty{}^*+\mu}e^{(1-c)q_\infty{}^*t}+\left\{K_0{}^{*1-c}-\dfrac{B}{q_\infty{}^*+\mu}\right\}e^{-(1-c)\mu t}\right]^{\frac{1}{1-c}}$

となる。

ところで、(3.1)、(3.3)、(3.4)、(3.10)、(3.14)をtについて対数微分すると、

(3.28)　$q_t{}^*=\beta\lambda+\alpha\beta\dfrac{\dot{K}^*}{K^*}+(1-\alpha)\beta\dfrac{\dot{L}^*}{L^*}$

$$(3.29)\quad \frac{\dot{L}^*}{L^*}=n+\xi\frac{\dot{w}}{w}$$

$$(3.30)\quad \frac{\dot{w}}{w}=q_t-\frac{\dot{L}}{L}$$

$$(3.31)\quad \frac{\dot{L}}{L}=\frac{\dot{L}^*}{L^*}$$

$$(3.32)\quad \frac{\dot{Q}}{Q}=\frac{\dot{Q}^*}{Q^*}=q_t{}^*$$

を得る。

(3.29)、(3.30)より

$$(3.33)\quad \frac{\dot{L}^*}{L^*}=\frac{n}{1+\xi}+\frac{\xi}{1+\xi}q_t{}^*$$

が導かれる。

今や、(3.24)、(3.26)、(3.27)、(3.28)、(3.33)から、

$$(3.34)\quad q_t{}^*=\frac{\alpha\beta\gamma(q_\infty{}^*+\mu)}{1-\left[\dfrac{(q_0{}^*-q_\infty{}^*)}{(q_0{}^*-q_\infty{}^*)+\alpha\beta\gamma(q_\infty{}^*+\mu)}\right]e^{-(1-\epsilon)(q_\infty{}^*+\mu)t}}+[q_\infty{}^*-\alpha\beta\gamma(q_\infty{}^*+\mu)]$$

を求めることができる。(15)

(2.20)、(3.34)より

$$(3.35)\quad t=\frac{1}{(1-c)(q_\infty^*+\mu)}\log_e\left(\frac{\dfrac{q_0^*-q_\infty^*}{q_\infty^*+\mu}+\dfrac{\alpha\beta\gamma}{1-P_t}}{\dfrac{q_0^*-q_\infty^*}{q_\infty^*+\mu}+\alpha\beta\gamma}\right)$$

が得られる。

前節と同様、(3.35)に於て、$(q_0^*-q_\infty^*)/(q_\infty^*+\mu)=0$ が成り立つとすると、調整速度は、もっぱら、

$$(3.36)\quad \rho=(1-c)(q_\infty^*+\mu)=\frac{(\beta+a+ab)[\beta\lambda+(1-\alpha)n\beta+\mu(1-\alpha\beta)+\xi\{\beta\lambda+(1-\beta)\mu\}]}{(\beta+a-b\beta)\{1+\xi-(1-\alpha)\beta\xi\}}$$

の値にのみ依存することになる。

さて、ξ の ρ に及ぼす効果をみるため、(3.36)を ξ について、偏微分すると

$$(3.37)\quad \frac{\partial\rho}{\partial\xi}=\frac{(\beta+a+ab)(\beta+a-b\beta)(1-\alpha)\beta[\beta\lambda-\{\alpha\mu+(1-(1-\alpha)\beta)n\}]}{[(\beta+a-b\beta)\{1+\xi-(1-\alpha)\beta\xi\}]^2}$$

となる。故に $(\beta+a+ab)(\beta+a-b\beta)(1-\alpha)\beta>0$ と考えられるから

$$(3.38)\quad \frac{\partial\rho}{\partial\xi}\gtreqless 0 \qquad \text{according as} \quad \beta\lambda\gtreqless\{\alpha\mu+(1-(1-\alpha)\beta)n\}$$

が言える。ここで、又前節と同様、$\beta=1.1$, $\lambda=0.013$, $\alpha=0.4$, $\mu=0.04$, $n=0.015$ というアメリカ合衆国に於て大体妥当するパラメーターの値を採用すると、$\beta\lambda<\{\alpha\mu+(1-(1-\alpha)\beta)n\}$ となる。技術進歩の依存しない場合は勿論、$0=\beta\lambda<\{\alpha\mu+(1-(1-\alpha)\beta)n\}$ である。かくて技術進歩が存在しても、しなくても ξ が大となると調整速度が、遅くなるということが結論できる。即ち、前節の結論とあわせ考えると、完全利用モデル、不完全

利用モデルのいずれに於ても、技術進歩が、存在しても、しなくてもξが、大となると調整速度は、遅くなるということが、言えるのである。

なお、前節のモデルでの調整時間をt_4本節のモデルでの調整時間をt_{12}とすると、（前節のモデルは、4個、本節のモデルは、12個の方程式からなる。）(2.21)及び(3.35)から

$$(3.39)\quad \frac{t_{12}}{t_4}=\frac{1-\alpha\beta\gamma}{1-c}=\frac{(\beta+a)-b\beta}{(\beta+a)+ab}$$

が導出される。$\beta=1.1$、$a=3.84$、$b=1.36$ という Conlisk〔1〕の計測結果を用いると、$t_{12}/t_3=0.34$ となる。

※未公刊の論文〔3〕の校正刷を参照させて下さった横浜市立大学、奥口孝二助教授の御厚意に深く感謝したい。なお、本稿に関するあり得べき誤謬は、すべて筆者の責に帰せらるべきであることは、言うまでもない。

(1) パラメーターの値について、$\beta\alpha<1$ を仮定すると、$\frac{\partial Q}{\partial K}=\alpha\beta\frac{Q}{K}$であるから、$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2}=\alpha\beta\frac{Q(\alpha\beta-1)}{K^2}<0$となり、資本に関して、収穫逓減の法則が成立する。

(2) Okuguchi〔3〕は、内生的労働供給仮説のもとで、ハロッド中立的技術進歩を含む一般的生産関数を前提として、成長均衡の安定性を証明している。この場合、技術進歩が存在する時は、ξが、一定の時のみ、成長均衡は、安定となる。我々はこの安定的である場合にかぎって、調整速度を問題とするのである。

(3) ξを一定と仮定して、(2.5)の両辺を積分する。

$log\ L=nt+\xi\ log\ w+\overline{C}\quad exp\ log\ L=exp(nt+\xi\ log\ w+\overline{C})$

$L=Cexp(nt)w^{\xi}\quad C=L_0/w_0^{\xi}=N_0\quad L=N_0e^{nt}w^{\xi}$

(4) $\xi>0$　$1-(1-\alpha)\beta>0$ とすると、$\gamma>0$ となる。この場合、$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2}=(1-\alpha)\beta\frac{Q\{(1-\alpha)\beta-1\}}{L^2}$ なる故、労働に関する

収穫逓減の法則が成立する。

(5) $\gamma>0$　$1-\alpha\beta\gamma=1-\dfrac{\alpha\beta(1+\xi)}{1+\xi\{1-(1-\alpha)\beta\}}=\dfrac{(1+\xi)-(\xi+\alpha)\beta}{1+\xi\{1-(1-\alpha)\beta\}}$ であるから $(1+\xi)>(\xi+\alpha)\beta$ と仮定すると $q_\infty>0$ となる。

(6) 我々は $1>\alpha\beta\gamma$ を仮定している。

(7) R. Sato〔5〕、〔6〕、K. Sato〔4〕、Okuguchi〔3〕等の諸モデルは、このような前提のもとにたっている。

(8) K. Sato〔4〕 p. 264.

(9) なお、Okuguchi〔3〕の場合の技術進歩率は、我々の $\dfrac{\lambda}{1-\alpha}$ に相当する。

(10) Conlisk〔1〕 p. 553 及び p. 560を参照されたい。

(11) Conlisk〔1〕 p. 560 による。

(12) (11)と同一の個所を参照されたい。

(13) Conlisk〔1〕 pp. 558—562 を参照されたい。

(14) (3.16)、(3.18) を t について対数微分すると

$$\frac{\dot{I}}{I}=(\beta+a)\frac{-\dot{u}}{1-u}+\frac{\dot{Q}^*}{Q^*}$$

$$\frac{\dot{I}}{I}=b\beta\frac{-\dot{u}}{1-u}+\frac{\dot{Q}^*}{Q^*}+b\left(\frac{\dot{Q}^*}{Q^*}-\frac{\dot{K}^*}{K^*}\right)$$

を得る。この二式より $(\beta+a+b\beta)\dfrac{\dot{u}}{1-u}=b\left(\dfrac{\dot{Q}^*}{Q^*}-\dfrac{\dot{K}^*}{K^*}\right)$ となる。故に、$\dfrac{\dot{Q}^*}{Q^*}-\dfrac{\dot{K}^*}{K^*}=0$ であるためには、$\dfrac{\dot{u}}{1-u}=0$ でなければならない。成長均衡のもとでは、u は一定となるのである。

(15) $1-C=(1-\alpha\beta\gamma)\left[1+\dfrac{(\beta+a)b}{(\beta+a-b\beta)}\right]$であるから(3.13)の仮定のもとでは、$1-C>0$が成立する。

参考文献

〔1〕 Conlisk, J., "Unemployment in a Neoclassical Growth Model: The Effect on Speed of Adjustment," Econ. Jour., Vol. 76, No. 303, (Sept. 1966), 550—566.

〔2〕 Mossin, J., "Wages, Profits, and the Dynamics of Growth," Quart. Jour. Econ., Vol. 80, No. 3, (Aug., 1966) 376—399.

〔3〕 Okuguchi, K., "The Labour Participation Ratio and the Speed of Adjustment," Economica, (forthcoming).

〔4〕 Sato, K., "On the Adjustment Time in Neo-Classical Growth Models," Rev. Econ. Stud., Vol. 33 (3), No. 95, (July, 1966) 263—268.

〔5〕 Sato, R., "Fiscal Policy in a Neo-classical Growth Model: An Analysis of Time Required for Equilibrating Adjustment," Rev. Econ. Stud., Vol. 30(1), No. 82, (Feb., 1963) 16—23.

〔6〕 Sato, R., "The Harrod-Domar Model versus the Neoclassical Growth Model," Econ. Jour., Vol. 74, No. 294, (June, 1964) 380—387.

〔7〕 Solow, R. M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth," Quart. Jour. Econ., Vol. 70, No. 1, (Feb., 1956) 65—94.

〔8〕 荒憲治郎「技術進歩の均衡分析」、『経済研究』、第一一巻第一号、(一九六〇年一月)、二九—三六頁。

〔9〕 奥口孝二「内生的労働供給と成長均衡の安定性」、『季刊理論経済学』、第一八巻三号、（一九六七年十二月）、一―六頁。

〔10〕 佐藤隆三『経済成長の理論』、勁草書房、一九六八年七月。

〔11〕 吉岡守行「要素代替と調整速度」、『一橋論叢』、第五八巻四号、（一九六七年十月）、六七―七七頁。